УДК 001.891:65.011.56
DOI https://doi.org/10.32838/2663-5941/2019.6-1/28

Повхан І.Ф.
ДВНЗ «Ужгородський національний університет»

ПИТАННЯ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ДИСКРЕТНИХ ЗОБРАЖЕНЬ У ЗАДАЧАХ РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ

Стаття піднімає важливе питання теорії розпізнавання образів – питання ефективного та економічного опису (представлення на основі прямокутних функцій) дискретних зображень. Зокрема, під час розв'язання завдань розпізнавання (класифікації) зображень зазвичай стикаємося з такою ситуацією – нині накопичено значну кількість алгоритмічних і методичних інструментів, які вирішують деякі часткові завдання, підзавдання (опис або представлення) зображень, виділення характерних ознак (структурних елементів) на зображеннях та інше, але відсутня ефективна методика комплексного використання накопиченого потенціалу в межах єдиної концепції, відсутня проста та універсальна методологія опису дискретних зображень. Сьогодні є ціла низка підходів, методів та алгоритмів для виділення ознак на зображеннях і пакети інструментальних програм для їх реалізації. Проте залишається проблема знаходження системи оптимальних (у певному сенсі для цього конкретного завдання) ознак, тобто пошук таких властивостей зображень (визначення та фіксація ознакового простору), в просторі яких класифікація (розпізнавання) була би можливим і не дуже складним (економічно вигідним) завданням. Використання наявних програмних систем для цієї мети стає можливим лише за наявності методів, які би за результатами роботи різних систем дали змогу виділяти системи ознак, які актуальні щодо поточного завдання. Причому для кожного практичного завдання класифікації зображень системи ознак, що необхідні для розв'язання (важливі щодо фіксованого завдання або класу завдань), як правило, різні і їх потрібно заново визначати. Очевидним стає знаходження оптимальних (у певному сенсі) систем ознак. Часто завдання знаходження оптимальних систем ознак зводять до завдання мінімізації вихідного опису зображення. Проте це стосується лише випадку, коли оптимальна система ознак є серед множин ознак, що задають опис зображень, що є, як правило, тільки припущенням.

Стаття пропонує метод мінімізації вихідного опису дискретних зображень, що дає змогу побудувати мінімальне за ознаковим описом зображення довільної структури на основі методу представлення дискретного об'єкта набором прямокутних функцій. Також у роботі піднімається питання однозначного покриття зображення прямокутниками.

Ключові слова: *розпізнавання дискретних зображень, прямокутна функція, ознака, навчальна вибірка.*

Постановка проблеми. Завдання, які об'єднуються тематикою розпізнавання образів, дуже різноманітні. Станом на зараз немає універсального підходу до їх розв'язання, запропоновано декілька досить загальних теорій [1], що допомагають вирішувати багато типів завдань, але їхні прикладні застосування вирізняються досить великою чутливістю до специфіки самого завдання. Багато теоретичних результатів отримано для спеціальних випадків і підзавдань. Слід зазначити, що вузьким місцем вдалих реальних систем розпізнавання є необхідність виконання величезного обсягу обчислень. Проте велика кількість прикладних завдань у різних галузях природознавства, наприклад у геології, геофізиці, геохімії, медицині, соціології, археології, біології та інших, де вирішуються завдання класифікації з використанням програмних та апаратних систем, визначає інтенсивність та актуальність такого розвитку [2].

Підкреслимо, що здебільшого об'єкт у завданнях класифікації дискретних зображень представляється як вектор значень деяких ознак, кількість яких може бути дуже великою, а інформативність одних – суттєво більшою за інших [3]. Зрозуміло, що збільшення кількості ознак значно ускладнює процес класифікації (розпізнавання) зображень, збільшує витрати, пов'язані зі збереженням даних про образи і, що найгірше, в деяких випадках може привести до зниження точності розпізнавання. У зв'язку з цим виникає важливе завдання, яке напряму пов'язане з головною проблемою теорії розпізнавання образів – завдання вибору з початкових ознак деякої кількості ознак найбільш інформативних (якісніших), завдання мінімального опису (представлення) зображення [4]. Для розв'язання цієї проблеми необхідно, по-перше, вміти оцінювати важливість різних ознак та їхніх сполучень. Важливість ознак визначається найчастіше за даними деякої початкової інформації (навчальної вибірки НВ) за допомогою тих чи інших критеріїв важливості [5; 9; 10].

Постановка завдання представлення дискретного зображення.

У цій частині роботи спочатку розглянемо питання представлення бінарних зображень. Нехай на початковому етапі задане деяке бінарне зображення S на матриці $2^p \times 2^q, p, q \in N$. Будемо вважати, що є деякий оператор P, який однозначно покриває це зображення прямокутниками та видає цю інформацію у вигляді деякої фіксованої множини:

$$S = \{[x_1, y_1], [x^1, y^1]; \ldots; [x_k, y_k], [x^k, y^k]\} \quad (3.9)$$

Зауважимо, що тут $[x_i, y_i]$ – верхня ліва координата i – тового прямокутника, що покриває зображення S, а відповідно $[x^i, y^i]$ – нижня права координата i – тового прямокутника, що покриває зображення S, $(i = 1, \ldots, k)$, k – кількість прямокутників, які покривають зображення початкове S.

Неважко переконатися, що S повністю характеризує (представляє) початкове зображення S.

На наступному етапі за цією множиною S однозначно будуються такі набори:

$$A_1 = (x_1 - y_1, x_2 - y_2, \ldots, x_k - y_k);$$

$$A_2 = (x^1 - y^1, x^2 - y^2, \ldots, x^k - y^k);$$

$$\overline{A_1} = ((x_1 - y_1) - (x_2 - y_2), (x_2 - y_2) - (x_3 - y_3), \ldots$$
$$\ldots, (x_{k-1} - y_{k-1}) - (x_k - y_k)) = (a_1, \ldots, a_{k-1});$$

$$\overline{A_2} = ((x^1 - y^1) - (x^2 - y^2), (x^2 - y^2) - (x^3 - y^3), \ldots$$
$$\ldots, (x^{k-1} - y^{k-1}) - (x^k - x^k)) = (a^1, \ldots, a^k).$$

Звідси легко бачити, що a_i та a^i можна обчисляти за такими формулами:

$$a_i = (x_i - y_i) - (x_{i+1} - y_{i+1});$$

$$a^i = (x^i - y^i) - (x^{i+1} - y^{i+1}), (i = 1, \ldots, k-1);$$

$$\overline{D_1} = (x_1 - x_2, x_2 - x_3, \ldots, x_{k-1} - x_k) = (d_1, \ldots, d_{k-1});$$

$$\overline{D_2} = (x^1 - x^2, x^2 - x^3, \ldots, x^{k-1} - x^k) = (d^1, \ldots, d^{k-1});$$

Далі введемо таке позначення $A(S) = \{\overline{A_1}, \overline{A_2}, \overline{D_1}, \overline{D_2}\}$ та запропонуємо таку теорему:

Теорема 1. Для деякого фіксованого зображення S, ознаки – (x_1, y_1), (x^1, y^1) та $A(S)$ дають можливість його однозначно визначити.

Доведення. Для доведення цієї теореми представимо (x_{i+1}, y_{i+1}) через (x_i, y_i), та аналогічно (x^{i+1}, y^{i+1}) через (x^i, y^i). Фактично так теорема буде доведена, оскільки нам на початку відомі (x_i, y_i) та (x^i, y^i).

$$\begin{cases} a_i = (x_i - y_i) - (x_{i+1} - y_{i+1}) \\ d_i = x_i - x_{i+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{i+1} = x_i - d_i \\ y_{i+1} = y_i + a_i - d_i \end{cases}.$$

Аналогічно будемо мати:

$$\begin{cases} a^i = (x^i - y^i) - (x^{i+1} - y^{i+1}) \\ d^i = x^i - x^{i+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^{i+1} = x^i - d^i \\ y^{i+1} = y^i + a^i - d^i \end{cases}.$$

Звідси можна зробити висновок, що теорему доведено.

Питання представлення зображень множиною векторів. Геометричні спотворення. Лінійне перетворення координат.

Нехай на першому етапі деяке зображення S_1 буде представлене в такому вигляді:

$$S_1 = \{[x_1, y_1], [x^1, y^1]; \ldots; [x_k, y_k], [x^k, y^k].$$

Тоді застосуємо на зображення S оператор L таким способом:

$$S_2 = L(S_1) = \{[u_1, v_1], [u^1, v^1]; \ldots; [u_k, v_k], [u^k, v^k]\}.$$

Визначення 1. Оператор L задає лінійне перетворення координат S_1, якщо виконуються умови:

1) $u = Ax + By + c$;
2) $v = Dx + Ex + F$.

Тут зауважимо, що A, B, C, D, E, F будуть такі, що точка (u, v) належить матриці, на якій задано зображення.

$$S_2 = L(S_1) = \{[[Ax_1 + By_1 + C, Dx_1 + Ey_1 + F], [Ax^1 + By^1 + C, Dx^1 +$$
$$+ Ey^1 + F]]; \ldots; [[Ax_k + By_k + C, Dx_k + Ey_k + F], [Ax^k + By^k +$$
$$+ C, Dx^k + Ey^k + F]]\}.$$

Далі, на наступному етапі, знайдемо для зображення S_2, i – тові компоненти. Тоді позначимо їх відповідно:

$${}^0a_1 = Ax_i + By_i + C - Dx_i + Ey_i - F - Ax_{i+1} - By_{i+1} - C + Dx_{i+1} +$$
$$+ Ey_{i+1} + F = A(x_i - x_{i+1}) - D(x_i - x_{i+1}) + B(y_i - y_{i+1}) - E(y_i - y_{i+1}) =$$
$$= (A - D)(x_i - x_{i+1}) - (E - B)(y_i - y_{i+1}).$$

Отже, будемо мати

$${}^0a_1 = (A - D)(x_i - x_{i+1}) - (E - B)(y_i - y_{i+1}).$$

Аналогічно

$$^0a^1 = (A - D)(x^i - x^{i+1}) - (E - B)(y^i - y^{i+1}).$$

$$^0d_1 = Ax_i + By_i + C - Ax_{i+1} - By_{i+1} - C = A(x_i - x_{i+1}) + B(y_i - y_{i+1}).$$

Аналогічно $^0d^1 = A(x^i - x^{i+1}) + B(y^i - y^{i+1})$.

На наступному етапі розглянемо важливі часткові випадки:

1) Частковий перенос $(A = E = 1, B = D = 0)$, при цьому:

$$^0a_i = (x_i - x_{i+1}) - (y_i - y_{i+1}); \ ^0a^i = (x^i - x^{i+1}) - (y^i - y^{i+1});$$

$$^0d_i = (x_i - x_{i+1}); \ ^0d^i = (x^i - x^{i+1}).$$

Тобто $^0a_i = a_i, {}^0a^i = a_i, {}^0d_i = d_i, {}^0d^i = d_i$.

Теорема 2. Зображення S_1 та S_2 інваріантні щодо паралельного переносу тоді і тільки тоді, коли виконується умова $A(S_1) = A(S_2)$.

Доведення. Необхідність уже була доведена вище. Достатність випливає з теореми (3.1).

2) Зміна масштабу $(A / B = D / E, C = F = 0)$.

Розглянемо часткові випадки:

а) $A = E, B = D$.

Звідси випливає, що $A = B = D = E$ за додатних A, B, D, E. При цьому будемо мати, що

$$u = A(x + y), v = A(x + y) \Rightarrow u = v.$$

За такого перетворення довільний фіксований прямокутник перетворюється у квадрат визначеного розміру. Розміри квадрата залежать тільки від величини A.

b) $A = D, B = E$.

При цьому будемо мати

$$u = Ax + By, v = Ax + By \Rightarrow u = v.$$

За такого перетворення довільний фіксований прямокутник перетворюється у квадрат визначеного розміру. Розміри квадрата залежать від величини A та B.

c) $A - D = E - B$.

Теорема 3. Два зображення інваріантні щодо лінійного перетворення $A - D = E - B$ за компонентами a_i та a^i.

d) $B = D = C = F = 0$, $A = E$.

Теорема 4. Два зображення інваріантні щодо лінійного перетворення $B = D = C = F = 0$, $A = E$ за компонентами a_i, a^i та , з точністю до фіксованої величини (Const).

Отже, наступна теорема узагальнює отримані вище результати.

Теорема 5. Під час зміни масштабу деякого фіксованого зображення із заданими параметрами A, B, D, E його компоненти $\overline{A_1}, \overline{A_2}, \overline{D_1}, \overline{D_2}$ знаходяться за відповідними формулами:

$$a_i = (A - D) * (x_i - x_{i+1}) - (E - B) * (y_i - y_{i+1});$$

$$a^i = (A - D) * (x^i - x^{i+1}) - (E - B) * (y^i - y^{i+1});$$

$$d_i = A * (x_i - x_{i+1}) - B * (y_i - y_{i+1});$$

$$d^i = A * (x^i - x^{i+1}) - B * (y^i - y^{i+1}).$$

На наступному етапі розглянемо питання про загальну кількість зображень, які задаються на матриці $2^p \times 2^q$ одним прямокутником. Відомо, що довільне зображення початкової НВ являє собою деяку функцію та навпаки – довільну функцію можна представити як деяке зображення.

Визначення 2. Функції, які представляють зображення, що задається на матриці $2^p \times 2^q$ одним прямокутником, будемо називати прямокутними. Неважко побачити, що кількість прямокутних функцій виражається так:

$$N_n = \sum_{k_1=1}^{2^p} \sum_{k_2}^{2^q} \left(\left(2^p - (k-1)\right) * \left(2^q - (k-1)\right) \right).$$

Зауважимо, що тут k_1 та k_2 – розміри прямокутника, а $n = p + q$.

Далі, провівши спрощення цієї формули отримаємо таке представлення:

$$N_n = \sum_{k_1=1}^{2^p} \sum_{k_2}^{2^q} \left(\left(2^p - (k-1)\right) * \left(2^q - (k-1)\right) \right) = \left(\frac{1 + 2^p}{2} * 2^p \right) *$$

$$* \left(\frac{1 + 2^q}{2} * 2^q \right) = 2^{p+q-2} * \left(1 + 2^p\right) * \left(1 + 2^q\right).$$

Зауважимо, що якщо $p = q$, то ця формула набуде такого вигляду:

$$N_n = 2^{p(q-1)} \left(1 + 2^p\right)^2, \ n = 2p, \ p = n / 2.$$

На наступному етапі розглянемо приклад – необхідно знайти кількість прямокутних функцій для $N_4 = 2^2 \left(1 + 2^2\right)^2 = 4 * 5^2 = 100$. Тут слід зауважити, що загальна кількість різних функцій від 4-х змінних буде дорівнювати $2^{2^4} = 2^{16} = 65536$, а в процентному відношенні кількість прямокутних функцій щодо всіх функцій буде становити приблизно $0.15\%, (n = 4)$.

На наступному етапі розглянемо питання про складність представлення довільного зображення (або відповідної функції) диз'юнкцією прямокутних функцій. Під складністю реалізації зображення (булевої функції) будемо розуміти загальну кількість прямокутних функцій, що входять у диз'юнкцію та однозначно її визначають. Нехай будемо вважати, що деяке зображення задано на матриці $2^p \times 2^q$, а отже, можемо запропонувати таке твердження щодо диз'юнкцій прямокутних функцій.

Твердження 1. Всяке довільне зображення, яке задане на фіксованій матриці $2^p \times 2^q$, представляється диз'юнкцією прямокутних функцій, кількість яких не перевищує 2^{n-1}, $n = p + q$. Тут слід зауважити, що є тільки два зображення такої складності, f та $\bar{f}$, які являють собою умовну шахову дошку.

Висновки. Зважаючи на все вищесказане в цій роботі, можна зафіксувати такі пункти.

1) Деякий оператор P, який однозначно покриває початкове зображення S набором прямокутників, генерує деяку фіксовану множину S загального вигляду (3.9).

2) Множина S в представленні (3.9) буде повністю характеризувати (представляти, описувати) початкове зображення S.

3) Деяке фіксоване зображення S буде однозначно визначатися верхньою лівою координатою, нижньою правою координатою та множиною деякою $A(S)$.

4) Деякий оператор L буде задавати лінійне перетворення координат зображення S_1, якщо виконуються умови – ($u = Ax + By + c$, та $v = Dx + Ex + F$), причому A, B, C, D, E, F будуть такі, що точка (u, v) належить матриці, на якій задано зображення.

5) Два довільні зображення S_1 та S_2 інваріантні щодо паралельного переносу тоді і тільки тоді, коли виконується умова $A(S_1) = A(S_2)$. Будуть інваріантні щодо лінійного перетворення $A - D = E - B$ за компонентами a_i та a^i. Будуть інваріантні щодо лінійного перетворення $B = D = C = F = 0$, $A = E$ за компонентами a_i, a^i та d_i, d^i з точністю до фіксованої величини (Const).

6) Під час зміни масштабу деякого фіксованого зображення із заданими параметрами A, B, D, E його компоненти $\overline{A_1}, \overline{A_2}, \overline{D_1}, \overline{D_2}$ знаходяться за наведеними вище формулами.

7) Загальна кількість прямокутних функцій, що представляють деяке зображення, буде

$$N_n = \sum_{k_1=1}^{2^p} \sum_{k_2}^{2^q} \left(\left(2^p - (k-1)\right) * \left(2^q - (k-1)\right) \right).$$

8) Довільне зображення S, яке задане на фіксованій матриці $2^p \times 2^q$, представляється диз'юнкцією прямокутних функцій, кількість яких не перевищує 2^{n-1}, причому $n = p + q$.

Список літератури:

1. Повхан І.Ф. Метод розгалуженого вибору ознак в математичному конструюванні багаторівневих систем розпізнавання образів. Науково-технічний журнал «Штучний інтелект». 2003. № 7. С. 246–249.
2. Quinlan J.R. Induction of Decision Trees. Machine Learning. 2008. № 1. P. 1–81, 22.
3. Василенко Ю.А., Повхан І.Ф., Ващук Ф.Г. Проблема оцінки складності логічних дерев розпізнавання та загальний метод їх оптимізації. Науково-технічний журнал "European Journal of Enterprise Technologies". 2011. № 6/4 (54). С. 24–28.
4. Повхан І.Ф., Василенко Ю.А., Василенко Е.Ю. Концептуальна основа систем розпізнавання образів на основі методу розгалуженого вибору ознак. Науково-технічний журнал "European Journal of Enterprise Technologies". 2004. № 7 (1). С. 13–15.
5. Povhan I. Designing of recognition system of discrete objects. IEEE First International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP). Lviv, 2016, Ukraine. P. 226–231.
6. Povhan I. General scheme for constructing the most complex logical tree of classification in pattern recognition discrete objects. Електроніка та інформаційні технології : зб. наук. пр. Львів, 2019. Вип. 11. С. 112–117.
7. Vasilenko E.Yu., Kuhayivsky A.I., Papp I.O., Vasilenko Yu. Construction and optimization of recognizing systems. Науково-технічний журнал «Інформаційні технології і системи». Львів, 1999. № 1 (Т1). С. 122–125.
8. Василенко Ю.А., Повхан И.Ф. Апроксимация обучающей выборки гиперпараллелепипедами. Науковий вісник УжДІЕП. 1998. № 2. С. 9–17.
9. Повхан І.Ф., Василенко Ю.А. Групова та індивідуальна оцінка важливості бульових аргументів. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». 2011. № 53. С. 57–64.
10. Повхан І.Ф. Проблема функціональної оцінки навчальної вибірки в задачах розпізнавання дискретних об'єктів. Вчені записки Таврійського національного університету. Серія : Технічні науки. 2018. Т. 29 (68). № 6. С. 217–222.

Povkhan I.F. THE QUESTION OF THE DESCRIPTION OF THE DISCRETE IMAGES IN PATTERN RECOGNITION PROBLEMS

The work raises an important question of the theory of pattern recognition - the question of effective and economic description (representation on the basis of rectangular functions) of discrete images. So when the task of recognition (classification) of the images generally face the following situation – currently accumulated *a significant amount of algorithmic and methodological tools, which solve some particular tasks, subtasks (description or performance) images characteristics (structural elements) on images and things, but there is no effective methodology for integrated use of accumulated potential in a single concept is no simple and universal method of description of discrete images. Today, there are a number of approaches, methods and algorithms for the selection of features in images and software packages for their implementation. However, there remains the problem of finding a system of optimal (in a sense for this particular task) features, that is, the search for such properties of images (definition and fixation of the feature space) in the space of which classification (recognition) would be possible and not very difficult (cost-effective) task. The use of existing software systems for this purpose becomes possible only in the presence of methods that would be based on the results of various systems, allowed to identify the system features that are relevant to the current task. Moreover, for each practical problem of image classification, the systems of features required for the solution (important relative to a fixed problem or class of problems) are usually different and need to be re-defined. It is evident that finding the optimal (in a sense) of systems of signs. Often the problem of finding optimal feature systems is reduced to the problem of minimizing the original image description. However, this applies only to the case when the optimal system of features is among the sets of features that define the description of images, which is usually only an assumption.*

This work offers a method of minimization of the initial description of discrete images, which allows constructing a minimal description of an image of an arbitrary structure on the basis of the method of representation of a discrete object by a set of rectangular functions. The paper also raises the question of unambiguous coverage of the image by rectangles.

Key words: *recognition of discrete images, rectangular function, characteristic training set.*